

Principes de base de la théorie des jeux

CPGE 2

Marine Salès-Juet

2023/2024

Plan

- 1 Introduction : nouvelle microéconomie et théorie des jeux
- 2 Présentation d'un jeu : le dilemme du prisonnier et l'équilibre de Nash
- 3 Typologie des jeux

Introduction : nouvelle microéconomie et théorie des jeux

- **Nouvelle microéconomie** : agents **rationnels** mais CPP non vérifiée (information **imparfaite**).
- **Théorie des jeux** : les décisions individuelles rationnelles prises **sans concertation** alors qu'il existe des **interactions stratégiques** et une information **imparfaite**, entraînent généralement un **gaspillage de ressources**.

Introduction : nouvelle microéconomie et théorie des jeux

- **Pères fondateurs : John Von Neumann et Oskar Morgenstern** (Theory of Games and Economic Behavior, 1944), **Emile Borel** (1921).
- **Précurseurs : Augustin Cournot** (1838), **Joseph Bertrand** (1883) et **Heinrich von Stackelberg** (1934).

Plan

- 1 Introduction : nouvelle microéconomie et théorie des jeux
- 2 Présentation d'un jeu : le dilemme du prisonnier et l'équilibre de Nash
 - Le jeu du dilemme du prisonnier
 - L'équilibre de Nash
 - La méthode de l'induction à rebours
- 3 Typologie des jeux

Caractéristiques d'un jeu

- **Jeu** =
 - Liste d'individus (**joueurs**)
 - Un **ensemble de choix possibles** pour chaque joueur (**stratégies**)
 - Des **issues** associées (**gains/pertes**)
 - Une **règle** du jeu

Caractéristiques d'un jeu

- Information **complète** : chaque joueur dispose de **toute l'information disponible** sur les caractéristiques du jeu (**connaissance commune**).
- Information **incomplète** : au moins un joueur ne connaît pas **une** des composantes du jeu.
- Information **parfaite** : lorsque les agents connaissent toutes les décisions **antérieures** des agents avant de prendre la leur.
- Information **imparfaite** : lorsque les décisions sont **simultanées** avec **absence de concertation préalable** ou lorsque certains agissent dans le **secret**.

Le dilemme du prisonnier

Années de détention		Prisonnier 2	
		Ne pas dénoncer	Dénoncer
Prisonnier 1	Ne pas dénoncer	(1, 1)	(10, 0)
	Dénoncer	(0, 10)	(5, 5)

Figure 1 – Le dilemme du prisonnier, Albert Tucker (1950)

- Questions :

- 1 Sur la base de vos connaissances personnelles, **caractériser** l'information de ce jeu.
- 2 Déterminez la stratégie **dominante** de chaque joueur.
- 3 Déterminez si cette stratégie est **rationnelle** ; **optimale**.

Le dilemme du prisonnier

- La recherche de l'intérêt individuel **ne permet pas toujours** d'atteindre un optimum collectif.
 - Seule une **coordination** mettant en œuvre une **coopération** peut permettre d'éviter le **gaspillage de ressources**.
- Justification à **l'intervention de l'État** dans l'économie (optimalité de **second rang**).

Définition

L'équilibre de Nash

Ensemble de stratégies tel qu'aucun joueur ne peut obtenir **un gain supplémentaire** en changeant **unilatéralement** de stratégie, celle de chaque autre joueur étant donnée : **absence de regret**.

Limites

- Un EN n'est pas nécessairement un OP.

Années de détention		Prisonnier 2	
		Ne pas dénoncer	Dénoncer
Prisonnier 1	Ne pas dénoncer	(1, 2)	(0, 4)
	Dénoncer	(0, 5)	(3, 2)

- Question :
 - 1 **Déterminez** l'équilibre de ce jeu. Que pouvez-vous en conclure?

Limites

En milliers d'euros		Joueur 2	
		Oui	Non
Joueur 1	Oui	(2, 2)	(2, 2)
	Non	(3, 1)	(0, 0)

- Question :
 - 1 **Déterminez** l'équilibre de ce jeu. Que pouvez-vous en conclure?

Limites

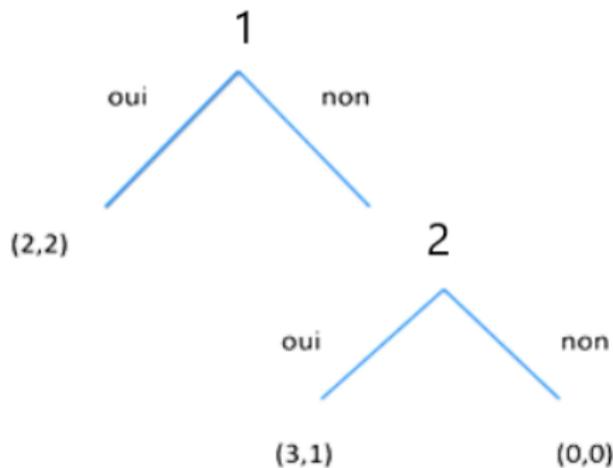
- **Solutions ?**

- Décision corrélée à un **évènement contingent** choisi par les membres.
- **Point focal** de **Thomas Schelling (1960)**.
- Méthode de l'**induction à rebours** ("*Backward induction*").

La méthode de l'induction à rebours

- La méthode de l'induction à rebours consiste à **prédire ce qui va se passer dans l'avenir** et à raisonner **en revenant vers le présent** (représentation du jeu sous la forme d'un arbre, soit **sous forme extensive**).
- Remonter le jeu de la fin vers le début, en sautant de sous-jeu en sous-jeu après avoir déterminé le ou les équilibres de Nash de **chacun des sous-jeux**.

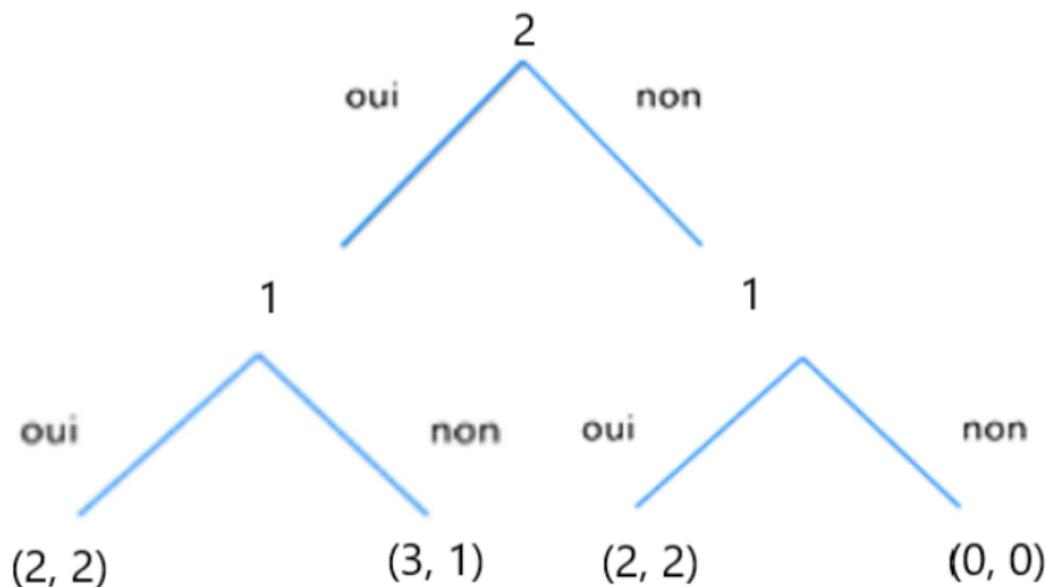
La méthode de l'induction à rebours



• Question :

- 1 Déterminez l'équilibre de ce jeu.
- 2 Déterminez l'équilibre de ce même jeu si le joueur 2 joue **en premier**.

La méthode de l'induction à rebours



Plan

- 1 Introduction : nouvelle microéconomie et théorie des jeux
- 2 Présentation d'un jeu : le dilemme du prisonnier et l'équilibre de Nash
- 3 Typologie des jeux
 - Les jeux statiques et dynamiques
 - Les jeux répétés
 - Les jeux de coopération et non coopération

Les jeux statiques et dynamiques

- **Statiques** : situations dans lesquelles les individus procèdent à des **choix simultanés et non coordonnés**. Exemple?
- **Dynamiques** : situations dans lesquelles les individus jouent de manière **séquentielle**.
L'**ordre** des coups a un rôle fondamental dans la dynamique de ces jeux. Exemple?

Définition

- La **répétition** permet l'**observation** de l'action des autres agents : **apprentissage** vers une information **parfaite**.
- Les agents peuvent alors mettre en place des stratégies de **coopération** permettant d'atteindre un **optimum de Pareto**.
- Assorties de sanctions/menaces **crédibles** en fonction de l'**horizon temporel** considéré, au risque sinon de revenir à l'**équilibre de Nash**.

Répétition en horizon infini

- Menace **crédible** : coopération **possible**. **Pourquoi ?**

⇒ La coopération en économie ne repose pas que sur des **velléités altruistes** mais peut naître d'un arrangement entre des **agents égoïstes et rationnels** en horizon **infini**.

Répétition en horizon fini

- Menace **non crédible** : coopération impossible.
- **En partant de la dernière période**, chaque agent sait que l'autre à intérêt à dévier à la **dernière période** par rapport à la stratégie de coopération. **Et ainsi de suite.**
- Par **induction à rebours**, les agents anticipent la dénonciation de l'autre et préfèrent dénoncer **dès le premier tour.**
- Sauf si horizon fini mais **incertain.**

Les jeux de coopération et non coopération

- **De coopération** : jeux dans lesquels on cherche la **meilleure situation** pour les joueurs sur des critères tels que la justice, l'entraide, la sympathie.
 - Analyse de la cohérence des **choix de groupe**.
- **Non coopération** : les décisions sont prises **unilatéralement**. Chacun essaye d'**optimiser sa situation**.
 - Analyse de la cohérence des **choix individuels**.