

# Principes de base de la théorie des jeux

2D2

Marine Salès-Juet

2024/2025

# Plan

- 1 Introduction : nouvelle microéconomie et théorie des jeux
- 2 Présentation d'un jeu : le dilemme du prisonnier et l'équilibre de Nash
- 3 Typologie des jeux

## Introduction : nouvelle microéconomie et théorie des jeux

- **Nouvelle microéconomie** : agents **rationnels** mais CPP non vérifiée (information **imparfaite**).
- **Théorie des jeux** : les décisions individuelles rationnelles prises **sans concertation** alors qu'il existe des **interactions stratégiques** et une information **imparfaite**, entraînent généralement un **gaspillage de ressources**.

## Introduction : nouvelle microéconomie et théorie des jeux

- **Pères fondateurs : John Von Neumann et Oskar Morgenstern** (Theory of Games and Economic Behavior, 1944), **Emile Borel** (1921).
- **Précurseurs : Augustin Cournot** (1838), **Joseph Bertrand** (1883) et **Heinrich von Stackelberg** (1934).

# Plan

- 1 Introduction : nouvelle microéconomie et théorie des jeux
- 2 Présentation d'un jeu : le dilemme du prisonnier et l'équilibre de Nash
  - Le jeu du dilemme du prisonnier et les stratégies dominantes
  - L'équilibre de Nash
  - La méthode de l'induction à rebours
- 3 Typologie des jeux

# Caractéristiques d'un jeu

- **Jeu** =
  - Liste d'individus (**joueurs**)
  - Un **ensemble de choix possibles** pour chaque joueur (**stratégies**)
  - Des **issues** associées avec des **gains/pertes**
  - Une **règle** du jeu

## Caractéristiques d'un jeu

- Information **complète** : chaque joueur dispose de **toute l'information disponible** sur les caractéristiques du jeu (**connaissance commune**).
- Information **incomplète** : au moins un joueur ne connaît pas **une** des composantes du jeu.
- Information **parfaite** : lorsque les agents connaissent toutes les décisions **antérieures** des agents avant de prendre la leur.
- Information **imparfaite** : lorsque les décisions sont **simultanées** avec **absence de concertation préalable** ou lorsque certains agissent dans le **secret**.

# Le dilemme du prisonnier et les stratégies dominantes

Années de détention		Prisonnier 2	
		Ne pas dénoncer	Dénoncer
Prisonnier 1	Ne pas dénoncer	(1, 1)	(10, 0)
	Dénoncer	(0, 10)	(5, 5)

Figure 1 – Le dilemme du prisonnier, Albert Tucker (1950)

- 1 Caractérisez l'information de ce jeu.
- 2 Déterminez la stratégie **dominante** de chaque joueur.
- 3 Déterminez si cette stratégie est **rationnelle** ; **Pareto optimale**.



# Le dilemme du prisonnier

- La recherche de l'intérêt individuel **ne permet pas toujours** d'atteindre un optimum collectif.
  - Seule une **coordination** mettant en œuvre une **coopération** peut permettre d'éviter le **gaspillage de ressources**.
- Justification à **l'intervention de l'État** dans l'économie (optimalité de **second rang**).

## Définition

### L'équilibre de Nash

Ensemble de stratégies tel qu'aucun joueur ne peut obtenir **un gain supplémentaire** en changeant **unilatéralement** de stratégie, celle de chaque autre joueur étant donnée : **absence de regret**.

## Limites

- Un EN n'est pas nécessairement un OP.

En milliers d'euros		Joueur 2	
		Oui	Non
Joueur 1	Oui	(1, 2)	(0, 4)
	Non	(0, 5)	(3, 2)

- 1 Déterminez l'équilibre de ce jeu. Que pouvez-vous en conclure ?

# Limites

En milliers d'euros		Joueur 2	
		Oui	Non
Joueur 1	Oui	(2, 2)	(2, 2)
	Non	(3, 1)	(0, 0)

- 1 Déterminez l'équilibre de ce jeu. Que pouvez-vous en conclure ?

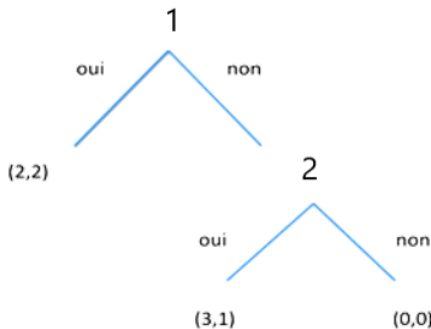
# Limites

- **Solutions ?**
  - Décision corrélée à un **évènement contingent** choisi par les membres.
  - **Point focal** de **Thomas Schelling (1960)**.
  - Méthode de **l'induction à rebours** ("*Backward induction*").
  - Stratégies **mixtes**, associées à des **probabilités**.

## La méthode de l'induction à rebours

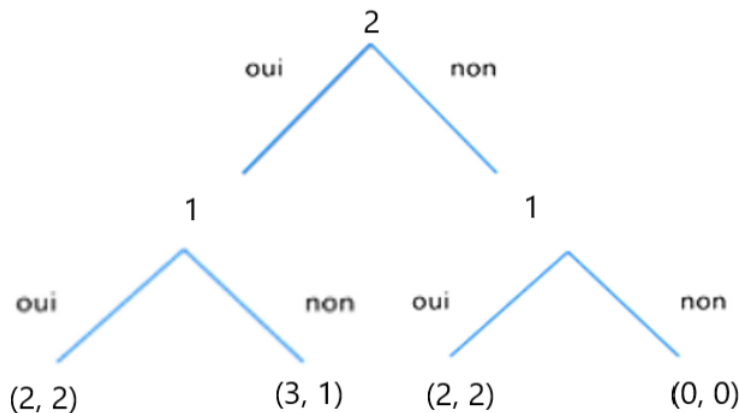
- La méthode de l'induction à rebours consiste à **prédire ce qui va se passer dans l'avenir** et à raisonner **en revenant vers le présent** (représentation du jeu sous la forme d'un arbre, soit **sous forme extensive**).
- Remonter le jeu de la fin vers le début, en sautant de sous-jeu en sous-jeu après avoir déterminé le ou les équilibres de Nash de **chacun des sous-jeux**.

## La méthode de l'induction à rebours



- 1 En utilisant la méthode de l'induction à rebours, **déterminez** l'équilibre de ce jeu.
- 2 En utilisant la méthode de l'induction à rebours, **déterminez** l'équilibre de ce même jeu si le joueur 2 joue **en premier**.

# La méthode de l'induction à rebours





# Plan

- 1 Introduction : nouvelle microéconomie et théorie des jeux
- 2 Présentation d'un jeu : le dilemme du prisonnier et l'équilibre de Nash
- 3 Typologie des jeux
  - Les jeux statiques et dynamiques
  - Les jeux répétés
  - Les jeux de coopération et non coopération

# Les jeux statiques et dynamiques

- **Statiques** : situations dans lesquelles les individus procèdent à des **choix simultanés et non coordonnés**. Exemple?
- **Dynamiques** : situations dans lesquelles les individus jouent de manière **séquentielle**.  
L'**ordre** des coups a un rôle fondamental dans la dynamique de ces jeux. Exemple?

## Définition

- La **répétition** permet l'**observation** de l'action des autres agents : **apprentissage** vers une information **parfaite**.
- Les agents peuvent alors mettre en place des stratégies de **coopération** permettant d'atteindre un **optimum de Pareto**.
- Assorties de sanctions/menaces **crédibles** en fonction de l'**horizon temporel** considéré, au risque sinon de revenir à l'**équilibre de Nash**.

## Répétition en horizon infini

- Menace **crédible** : coopération **possible**. **Pourquoi ?**  
  
⇒ La coopération en économie ne repose pas que sur des **vellités altruistes** mais peut naître d'un arrangement entre des **agents égoïstes et rationnels** en horizon **infini**.
- **Folk theorem** : toute issue individuellement rationnelle pour les joueurs peut constituer un équilibre dans un jeu **répété à l'infini**. Expérience de **Robert Axelrod (1984)**.

## Répétition en horizon fini

- Menace **non crédible** : coopération impossible.
- **En partant de la dernière période**, chaque agent sait que l'autre à intérêt à dévier à la **dernière période** par rapport à la stratégie de coopération. **Et ainsi de suite.**
- Par **induction à rebours**, les agents anticipent la dénonciation de l'autre et préfèrent dénoncer **dès le premier tour.**
- Sauf si horizon fini mais **incertain.**

# Les jeux de coopération et non coopération

- **De coopération** : jeux dans lesquels on cherche la **meilleure situation** pour les joueurs sur des critères tels que la justice, l'entraide, la sympathie.
  - Analyse de la cohérence des **choix de groupe**.
- **Non coopération** : les décisions sont prises **unilatéralement**. Chacun essaye d'**optimiser sa situation**.
  - Analyse de la cohérence des **choix individuels**.